EDUCACIÓN a DISTANCIA

MATEMÁTICA 1

Buenos Aires Provincia
Dirección General de Cultura y Educación
Dirección de Educación de Adultos

MANUAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA

GOBERNADORA DE LA PROVINCIA DE BUENOS AIRES
Lic. María Eugenia Vidal

DIRECTOR GENERAL DE CULTURA Y EDUCACIÓN
Lic. Gabriel Sánchez Zinny

SUBSECRETARIO DE EDUCACIÓN
Lic. Sergio Siciliano

DIRECTOR DE EDUCACIÓN DE ADULTOS
Prof. Ing. Pedro Schiuma

SUBDIRECTOR DE EDUCACIÓN DE ADULTOS
Prof. Juan Carlos Latini

RESOLUCIÓN DE CREACIÓN 106/18 Adecuación de la estructura curricular modular del Programa Educación a Distancia	Año de impresión 2019 - 2da Edición

PRESENTACIÓN

Este material que hoy llega a sus manos forma parte de una serie de módulos del Programa de Educación a Distancia (Res. 106/18) de la Dirección de Educación de Adultos de la Provincia de Buenos Aires. El mismo busca ampliar el acceso a la educación secundaria de aquellos jóvenes y adultos mayores de 18 años que se encuentren imposibilitados de concurrir a nuestras escuelas.

La evolución de las tecnologías de la información y de la comunicación nos permite repensar el modelo educativo de enseñanza-aprendizaje. El objetivo de la modalidad a distancia es superar las limitaciones de tiempo y espacio de todos aquellos bonaerenses que quieran terminar sus estudios secundarios. Este Programa tiene como propósito que los estudiantes puedan ingresar y egresar en cualquier momento del año, avanzando según su propio ritmo y con la posibilidad de organizar su trayecto formativo.

La Educación a Distancia es una herramienta que se suma a las ofertas de terminalidad secundaria que ofrece la provincia de Buenos Aires en pos de alcanzar a aquellos que el sistema educativo no les proponía una alternativa de estudio que no requiera concurrir a los servicios educativos presenciales de tiempo completo y con desplazamiento diario.

Esta modalidad se caracteriza por la mediatización de la relación entre el docente y el estudiante, a través de recursos de aprendizaje específicos que permiten la actividad autónoma de éstos.

Los estudiantes contarán así con el acompañamiento permanente de un profesor tutor a través de los distintos recursos que ofrece el Campus Virtual (campusvirtualadultos.com.ar), y también en instancias presenciales de encuentros individuales e intercambios abiertos grupales para compartir intereses, preocupaciones, dudas, opiniones, explicaciones, materiales, etc.

Este material estará disponible tanto en formato digital como impreso, para que sin importar sus posibilidades, los estudiantes tengan acceso al mismo. Completar sus estudios secundarios es, fundamentalmente, dar un paso más en la construcción de su ciudadanía.

Director de Educación de Adultos
Prof. Ing. Pedro Schiuma

MATEMÁTICA 1

Introducción

Bienvenidos al primer módulo de Matemática, aquí nos encontraremos para seguir aprendiendo acerca de esta ciencia apasionante. Descubrirán que hay contextos numéricos a lo largo de todo su día, en distintas ocasiones y distintos momentos. El pensamiento matemático (lógico - deductivo) los ayudará a encontrar soluciones alternativas a situaciones cotidianas pensadas creativamente.

El lenguaje matemático es una de las formas de comunicación, expresión y comprensión más poderosas que ha inventado el hombre y es universal (un teorema es válido para la comunidad científica mundial, no sólo la local). El lenguaje matemático comprende: el lenguaje coloquial, el aritmético, el geométrico y el algebraico o simbólico.

Tal vez, algunos contenidos les resulten más difíciles que otros, no se desanimen. Siempre tendrán a su tutor para realizar las consultas que necesiten, hagan las preguntas que sirvan para aclarar los temas, todos aprendemos a lo largo de toda la vida.

¡Muchos éxitos en su recorrido!

¡ Empezamos a estudiar!

Conozcamos un poco más sobre este tema leyendo el apunte de clase que se encuentra a continuación.

Apunte de clase: Lenguaje coloquial y lenguaje algebraico

1. Ampliación del campo numérico: naturales, enteros

A lo largo de nuestros días usamos distintos lenguajes para comunicarnos, un mensaje de whatsapp, un audio, un icono, palabras escritas u orales, grafitis, gestos corporales... Podríamos decir que hay infinidad de manifestaciones para comunicarnos.

En matemática, también se usan distintas formas de expresión a través de lenguajes, símbolos, gráficos (casi como en la vida cotidiana), sólo hay que aprenderlos y decodificarlos.

Algunos de los lenguajes utilizados en matemática son:

- **Lenguaje coloquial,** formado por las palabras que utilizamos para conversar. Por ejemplo:

"La mitad de un paquete de yerba."
"Comprando 2 latas, la segunda 70% menos."
"Miguel es dos años menor que Ileana."
"Hay que agrandar el molde de la camisa en un 5%."
"25 saquitos de té a $38."

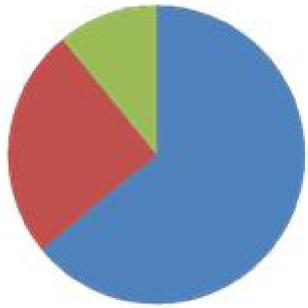
- **Lenguaje simbólico o algebraico,** formado por los símbolos específicos de la matemática. Comienzan a aparecer letras junto con los números que indican incógnitas (aspectos que no se saben) y que, en general, queremos descubrir.

"3 n = 10" expresado en lenguaje coloquial, podría ser: "3 paquetes de fideos cuestan $10"

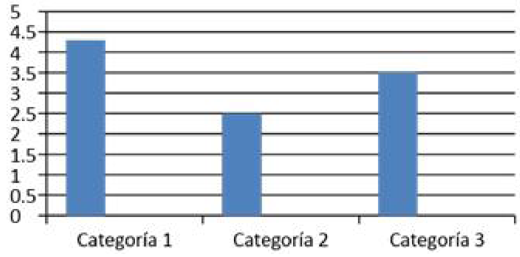
"J = P + 2" : "La edad de Juana es igual a la de Pablo más 2 años" o "Si a la edad de Pablo le agregamos 2 años obtenemos la edad de Juana"

- **Lenguaje gráfico,** brinda mucha información en poco espacio. Por ejemplo:

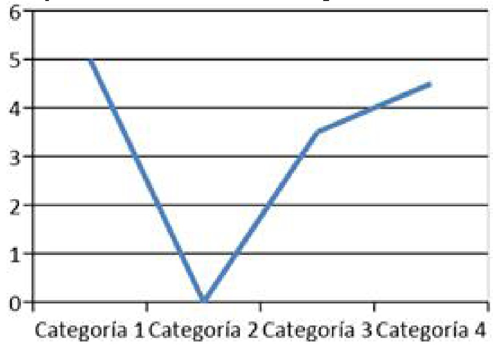
Gráficos círculares



Gráficos de barras



Representaciones de ejes cartesianos



Ahora, repasemos los conjuntos numéricos: naturales, enteros, racionales, irracionales.

Los números que cotidianamente usamos para contar (3 cuadernos, 30 días, 5 minutos) forman el conjunto de números **naturales** (o enteros positivos) que se denomina con la letra **N.**

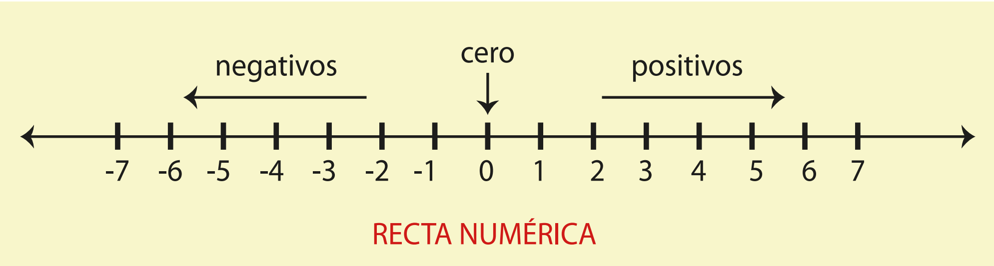
Algunas operaciones con estos números no dan por resultado otro número natural. Por ejemplo, si vamos de compras con $100 y gastamos $130, no nos alcanza para pagar, entonces o devolvemos parte de la compra o debemos $30. ¿Qué cuenta hicimos?

$$\mathbf{100 - 130 = -30}$$

El signo menos delante del 30 significa que es una deuda, es dinero que no tenemos para gastar.

Cuando la temperatura desciende por debajo de 0º suele indicarse anteponiendo un signo menos (-5º).

Si quisiéramos representarlos en la recta numérica quedaría de la siguiente forma:



El subconjunto de números positivos, los negativos y el 0 que no lo incluímos en los subconjuntos anteriores pero es sumamente útil, forman el conjunto de números **enteros,** que se designa con la letra **Z** (del alemán *Zahl*, que significa número).

ACTIVIDAD 1

Recuerden que pueden consultarle a su tutor cualquier duda que tengan.

1) En el recorrido desde su casa al trabajo o a la casa de un amigo ven números. ¿Qué indican los números que ven en el camino? ¿Podrían ordenarlos de alguna manera?. Recuerden que el orden lo asignan ustedes, sólo tienen que explicar en qué pensaron. ¿Qué criterio usaron para ordenarlos?

2) Qué ocurre si multiplican un número entero por 0. ¿Por qué? Pueden usar la calculadora y resolver varios productos.

3) La temperatura ambiente en la provincia de Buenos Aires, en julio, oscila entre 12 ºC y - 5 ºC, y en enero van desde 33 ºC a 20 ºC. Ubicar dichas temperaturas en una recta numérica. (Pueden visitar: *https://www.smartick.es/blog/matematicas/algebra/ubicar-numeros-la-recta-numerica/* para recordar cómo se representa una recta numérica y encontrar otras curiosidades.)

Continuamos con la lectura del apunte

1.1. Ampliación del campo numérico: racionales, irracionales

Números racionales: es un conjunto que usamos muy a menudo. En varias oportunidades compramos 1/2 kg de yerba o 1/4 kg de café. Son números que indican una parte del todo (en estos casos una parte del kilo gramo), implican una división que, en algunas ocasiones, se puede escribir como número decimal (los que llevan coma 0,39 ; 15,90; etc.).

Los racionales son más conocidos como fracciones. En este conjunto se encuentran todos aquellos números que pueden expresarse como una fracción, es decir como un cociente entre números enteros. Al conjunto de tales números se lo designa con la letra **Q** (del inglés *Quotient*, que significa cociente). Dentro del conjunto de los números racionales se encuentran también los números enteros, pues pueden escribirse como una fracción de denominador 1. Sin embargo, por una cuestión de comodidad, el denominador 1 no se escribe.

En algunas ocasiones, los números racionales pueden expresarse también como decimales.

¿Cómo podemos hacerlo? Realizando la división entre el numerador y el denominador de la fracción, por ejemplo: 3/8 = 0,375. Decimos entonces, que la fracción 3/8 es equivalente a la expresión (o número) decimal 0,375.

VIDEO

Pueden usar la calculadora para descubrir otros ejemplos que se les ocurran.
En el enlace encontrarán una explicación sencilla acerca de la configuración de la calculadora.
"Consejos para configurar su calculadora casio 570ES/991ES/82ES".
https://www.youtube.com/watch?v=gQ3zZhDJtrk

Habrán experimentado que no siempre las divisiones dan cifras finitas como resultado (0,25; 23,457; etc.), sino que se repite un número 2,6767676767 infinitamente. A estos últimos los llamamos números con cifras periódicas.

Existen otros números que no pueden expresarse como fracción. Son aquellos que tienen infinitas cifras decimales que no se repiten en ningún orden. Estos números forman parte del conjunto de los **números irracionales.**

Algunos ejemplos de números irracionales son el número π (Pi) o el número E (Euler), $\sqrt{2}$ y otros que podemos descubrir.

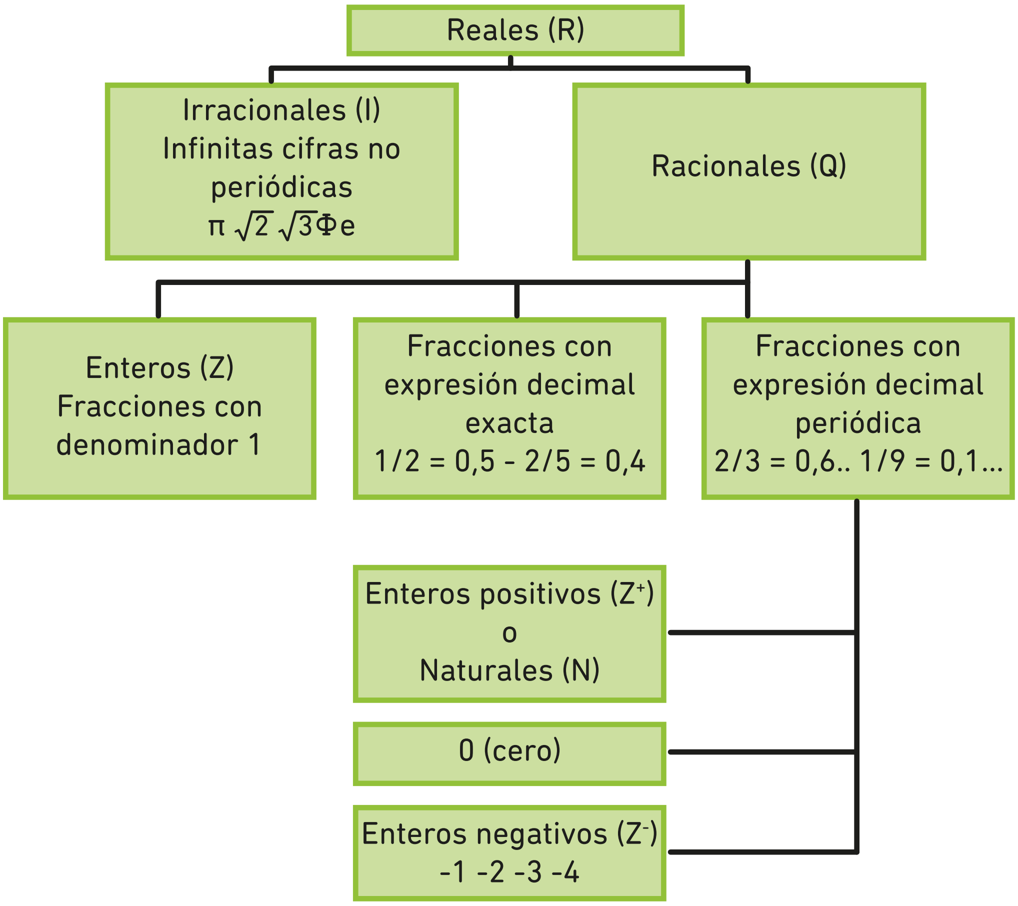
Los números racionales y los números irracionales forman un nuevo conjunto, llamado conjunto de los **números reales**, y al que se designa con la letra **R.**

ACTIVIDAD 2

Después de haber visto los videos y leído acerca de los irracionales, están en condiciones de responder:
- ¿A qué número se aproxima el número π? ¿Cuáles son los usos más frecuentes? Si tienen dudas pueden volver a ver el video o consultar con su tutor.
- ¿A cuál se aproxima el número $\sqrt{2}$? Pueden buscarlo en la calculadora.

Continuamos con la lectura del apunte

Para resumir, podríamos clasificar visualizando el siguiente cuadro:



2. Lenguaje algebraico. Operaciones con expresiones algebraicas

A las expresiones en las que se indican operaciones entre números y letras se las llama **expresiones algebraicas.** Las letras reciben el nombre de **variables** y pueden ser reemplazadas por distintos números.

Lean el enunciado que sigue y traten de resolverlo:

- Nicolás, Ivana y Matías son hermanos. Tienen entre los tres ahorrados $114. Nicolás tiene $10 más que Ivana y $10 menos que Luis. ¿Cuánto dinero tiene ahorrado cada uno?

Seguramente habrán probado haciendo varias cuentas por aproximación, fueron tanteando hasta llegar a las cantidades que cumplían las condiciones.

Vamos a tratar de resolverlos juntos de la forma más económica en tiempo y energía (que es la forma que la matemática considera como más correcta) usando un modo algebraico. Recuerden que las expresiones algebraicas usan letras que son las variables y números.

En el problema anterior, expresamos: N =Nicolás, I=Ivana y M= Matías y sabemos que N+I+M= $114. Hasta aquí no podríamos resolver nada, falta incluir datos, entonces sabemos que:

I= x

N= x +10

L = x +10+10

x+x+10+x+10+10= 114 agrupando las x y los números, 3x+30 =114

Despejando: 3x = 114-30

3x = 84

x = 84/3

x = 28

Reemplazando nuevamente:

I= 28

N= 28 + 10 = 38

L= 28 + 10 +10 =48

Corroboramos sumando las cantidades de cada hermano:

28+38+48 = 114 que era la cantidad de dinero que efectivamente juntaron entre los 3.

ACTIVIDAD 3

Estas actividades les servirán para adquirir más facilidad con el manejo de expresiones algebraicas (contemplando siempre el conjunto **Z**):

a) Escriban los siguientes enunciados usando lenguaje algebraico:

- El doble de un número a.
- La tercera parte de un número c.
- El cuadrado de un número x.
- El anterior del cuadrado de un número n.
- El cuadrado del siguiente de un número d.
- El producto de un número a por su siguiente.
- La diferencia entre un número c y su consecutivo.

b) La edad de Pedro supera en 6 años a la edad de Martín. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones traducen esta situación? (p representa la edad de Pedro y m la de Martín).

- m = p + 6
- m = p . 6
- p – 6 = m
- p = m + 6
- p – m = 6
- m – p = 6

c) Unan cada una de las afirmaciones con su correspondiente expresión algebraica.

• El cuadrado de la suma de dos números a y b	$a^3 - b^3$
• El triple del anterior de un número c	3c – 1
• El cuadrado de un número a disminuido en b unidades	$(a - b)^3$
• El anterior del triple de un número c	$(a + b)^2$
• La diferencia entre los cubos de dos números a y b	3 (c – 1)
• El cubo de la diferencia de dos números a y b	$a^2 - b$

Continuamos con la lectura del apunte

Operaciones con expresiones algebraicas

Cada término de una expresión algebraica está formado por una parte numérica y una parte literal. Por ejemplo: en la expresión 4a, 4 es la parte numérica y "a" es la parte literal. Cuando la parte literal no presenta ningún número escrito que la acompañe significa que dicho número es el 1. (Entonces: $x = 1\,x$)

Se llaman términos semejantes a los que tienen la misma parte literal. Por ejemplo: $5\,b$ es semejante a $2\,b$, $3\,x^2$ es semejante a $2\,x^2$, $4\,a\,b$ es semejante a $6\,a\,b$.

Suma y resta

Al sumar y restar expresiones algebraicas sólo se pueden sumar o restar los términos semejantes.

Por ejemplo:

- $4b - 3\,b = 1b$ $7\,c + 10c = 17c$
- $2a + 3b - b + 4a = 6\,a - 2b$ (no puede reducirse más ya que 6a no es semejante a 2b)

Propiedades: la suma y la resta de expresiones algebraicas cumplen con las mismas propiedades que la suma y resta de cualquier tipo de números. Por ejemplo:

- Conmutativa: el orden en que se realiza la suma no altera el resultado.
$3b + 2b = 2b + 3b = 5b$
- Distributiva del producto con respecto a la suma y la resta.
$3\,(x + 4b) = 3x + 12b$

Si tenemos que multiplicar un número por la suma de otros dos, podemos multiplicar primero cada uno de los números y luego sumar.

- Uniforme: dada una igualdad, si se opera un número a ambos miembros, se obtiene otra igualdad.
$a = b \rightarrow a \times c = b \times c$ ($3 + x = 12$; si agregamos +2 en cada miembro, se mantiene la igualdad $\rightarrow 3 + X + 2 = 12 + 2$)

ACTIVIDAD 4

Reducir cada grupo de operaciones a la menor expresión posible. Indicar, en cada caso, qué propiedades usaron para hacerlo.

a) $2\frac{1}{3}a - 3\,b + 4\,(a - b) =$

b) $2\,ab + 3\,(a - b) + 4b - 5\,ab =$

c) $x + x^2 - 3\,x + 4\,x^2 =$

d) $3\,x + 2\,y - (x + y) =$

d) $\frac{1}{3}y - \frac{1}{4}x + 2\,x =$

Continuamos con la lectura del apunte

2. 1. Repasemos un poco

- Clases de fracciones:

$\frac{7}{9}$ fracción **propia** porque el numerador es menor que el denominador, entonces es <1

$\frac{3}{2}$ fracción **impropia** porque el numerador es mayor que el denominador, entonces es >1

$\frac{4}{2}$ fracción **aparente** porque al simplificar obtenemos un número natural (en este caso 2).

Algunas aparentes forman un **número mixto** formado por una parte entera y una fracción, por ejemplo $\frac{16}{3} = 5\,\frac{1}{3}$ (5 enteros más un tercio).

Fracción **irreductible** (fracción que no puede simplificarse), por ej.: El número 0,75 son 75 centésimos de la unidad, o dicho de otra forma, son 75 de las 100 partes en las que puedo dividir a la unidad. Por lo tanto podremos escribir $\frac{75}{100}$, que mediante la simplificación (dividir por 25 numerador y denominador), obtendremos $\frac{3}{4}$. Entonces $\frac{3}{4}$ es la fracción irreductible de la expresión 0,75.

- Dos fracciones son equivalentes cuando representan a una misma cantidad:

$\frac{2}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ para obtener fracciones equivalentes multiplicamos o dividimos numerador y denominador por el mismo número.

Para pasar de $\frac{2}{4}$ a $\frac{6}{12}$

multiplicamos 2 x 3 = 6 y 4 x 3 = 12 obteniendo $\frac{6}{12}$

Para comparar fracciones tenemos que hallar las equivalentes del mismo denominador y comparar los numeradores. En el caso de

$\frac{3}{2'}\ \frac{4}{2'}\ \frac{7}{g'}$

como las primeras tienen igual denominador no hay problemas pero cómo hacemos para comparar $\frac{7}{9}$ con las otras?

Buscamos denominador común, en este caso: 18. Entonces quedarían:

$\frac{3}{2} = \frac{27}{18}$ (porque si a 2 lo multiplicamos por 9 para obtener 18, a 3 lo multiplicamos por el mismo número y obtenemos 27).

Hacemos lo mismo con las otras y hallamos sus equivalentes:

$\frac{4}{2} = \frac{36}{18}$ y $\frac{7}{9} = \frac{14}{18}$

Por lo tanto quedarían ordenadas de la siguiente manera:

$\frac{4}{2} > \frac{3}{2} > \frac{7}{9}$ porque $\frac{36}{18} > \frac{27}{18} > \frac{14}{18}$

Las **operaciones con racionales** cumplen con las mismas propiedades que las vistas para enteros.

VIDEO

- Usando mcm

"Suma y resta de fracciones avanzado. - Aritmética - Educatina".
https://www.youtube.com/watch?v=YLSTMtppPBk

- Método de la mariposa

"Suma y resta de fracciones con el truco de la mariposa".
https://www.youtube.com/watch?v=IlVBAhRR5yM

- Multiplicación

"Ejemplo de producto de fracciones. - Aritmética - Educatina".
https://www.youtube.com/watch?v=Tpe45PYMk68

- División

"Ejemplo de división de fracciones. - Aritmética - Educatina".
https://www.youtube.com/watch?v=4RBadaN2Kc4

División de fracciones

Para dividir una fracción por otra fracción $\frac{a}{b}$ por otra $\frac{c}{d}$
se multiplica la primer fracción por la fracción inversa de la segunda (divisor).

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

VIDEO

- Cálculos combinados con fracciones

"Operaciones combinadas de fracciones".
https://www.youtube.com/watch?v=FctEO0Bkr80

Suma y resta de fracciones de distinto denominador

- Para sumar fracciones de distinto denominador, se reducen las fracciones a común denominador; después se suman los numeradores y se deja el mismo denominador.

Ejemplo: $\frac{4}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{24}{30} + \frac{10}{30} + \frac{15}{30} + \frac{49}{30}$

m.c.m (5,3,2) = 30
Entonces 30 será el denominador común

Para restar fracciones de distinto denominador, se reducen las fracciones a común denominador; después se restan los numeradores y se deja el mismo denominador. Ejemplo:

$\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$ m.c.m (3,4) $= \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$

WEB

Para profundizar el tema de fracciones, pueden visitar este sitio:
"Operaciones con fracciones".
https://www.sectormatematica.cl/basica/santillana/operaciones_con_fracc.pdf

Fracción de un número entero
La fracción de un entero es una parte de ese entero, equivale a multiplicar la fracción por el entero.

Por ejemplo: si vamos a cenar y gastamos \$321 y pagamos la misma cantidad entre 3 personas. ¿Cuánto paga cada una? Dividimos 321 entre 3 y obtenemos 107, entonces cada uno pagará \$107.

¿Qué operaciones hicimos? calculamos $\frac{1}{3}$ del total, es decir:
$\frac{1}{3}$ 321= 107 (dividimos 321 por 3)
Si uno de los comensales no tiene plata y otro asume el gasto, estaría pagando $\frac{2}{3}$, tendríamos que multiplicar 107 . 2 = 214

ACTIVIDAD 5

a) $\frac{9}{2} + \frac{13}{2} - \left(\frac{4}{2} + \frac{2}{2}\right) =$

b) $\frac{8}{3} - \left(\frac{7}{3} - \frac{4}{3}\right) + \frac{12}{3} =$

c) Un ciclista se entrenó durante tres horas. En la primera hora, recorrió los $\frac{5}{18}$ de un trayecto; en la segunda hora los $\frac{7}{25}$ del trayecto, y en la tercera hora $\frac{11}{45}$ del mismo trayecto.
Calcular:
1) La fracción del total del trayecto que ha recorrido en las tres horas.
2) La fracción del trayecto que le queda por recorrer.
3) Los kilómetros recorridos en las tres horas, si el trayecto total es de 450 km.

d) Un tanque contiene 120 l de agua. Primero, se sacaron $\frac{5}{8}$ de su contenido y después se sacó $\frac{1}{6}$ del agua que quedó.
Calcular:
1) ¿Cuántos litros se sacaron en la primera extracción? Qué fracción quedó después de sacar los $\frac{5}{8}$ del contenido.
2) La fracción de contenido que quedó después de sacar $\frac{1}{6}$ del agua que quedaba.
3) Los litros de agua que quedaron en el tanque luego de ambas extracciones.

Continuamos con la lectura del apunte

3. Algunos conceptos para tener en cuenta

• **Aproximaciones:** muchas veces aparecen ofertas como "2 latas de tomates por $21,99". En realidad, lo que vamos a pagar son $22. Si tenemos que ir a una localidad que se encuentra a 9,8 km de donde nos encontramos, decimos que nos dirigimos a 10 km del lugar de origen. Estamos aproximando cantidades, a través de un número entero que es más fácil de recordar y de operar mentalmente. Sin embargo, hay ciertas reglas de aproximación a tener en cuenta:

1) Si la cifra a redondear es <5 entonces se aproxima al número menor, por ej.: 21,34 y aproximamos según los décimos obtenemos 21.

2) Si la cifra es 21,67 se transformaría en 22 porque el 6 es > que 5 se redondea (o aproxima) a un número mayor.

De esta forma nos damos cuenta de que algunas publicaciones de "ofertas" son algo engañosas.

• **Notación científica:** la circunferencia aproximada de la órbita de la Tierra es de 938.900.000 km. La masa de los océanos es de 1.350.000.000.000.000.000 toneladas. La estrella más cercana a la tierra (fuera del sol) está aproximadamente a 9.600.000.000.000 km. Y así podríamos dar varios ejemplos más, es fácil darse cuenta de que estas cantidades son muy difíciles de recordar (y de escribir para operar). Entonces, recurrimos a la notación científica, que consiste en usar las potencias de 10 para expresar la cifra. Veamos los ejemplos:

1) 938 9000 000 = 9389 x 10^6 (el exponente equivale a la cantidad de ceros del número que se quiere anotar con este tipo de notación).

2) 1.350.000.000.000.000.000 = 135 x 10^{16} también podemos expresarlo la primera cifra como número decimal , por ej.: 13,5 x 10^{17}.

3) 9.600.000.000.000 = 96 x 10^{11} o como decimal 9,6 x 10^{12}.

Multiplicar números decimales por 10, 100, 1000...
Cuando queremos multiplicar un número decimal por 10, 100, 1000 u otro de la familia, el modo más sencillo de resolverlo es mover la coma del decimal a la derecha tantas posiciones como ceros tenga el número.
Por ejemplo: 3,154 x 100=
Como el 100 tiene dos ceros moveremos la coma dos posiciones a la derecha. Por lo tanto, el resultado es 315,4

Dividir números decimales por 10, 100, 1000...
Al dividir un número decimal por 10, 100, 1000 podemos resolverlo sencillamente moviendo la coma del decimal a la izquierda tantas posiciones como ceros tenga el número.
Por ejemplo: 84,2 : 10=
Como el 10 tiene un cero moveremos la coma una posición a la izquierda. Por lo tanto, el resultado queda 8,42

En algunos casos, podés encontrar números elevado a un exponente negativo, por ej.: 10^{-5}.

Cuando un número está elevado a un exponente negativo se halla la potencia indicada (en positivo) del inverso multiplicativo de la base. En el ejemplo dado: 10^{-5} equivale a decir $\left(\frac{1}{10}\right)$ 5

Las bacterias miden alrededor de 0,000001 m, los virus miden 0,00000002 m de ancho aproximadamente.

Cuando se quiere expresar en notación científica números pequeños menores que 1 que tienen una gran cantidad de cifras se utilizan las potencias de 10 con exponente negativo.

Por ej.: Bacterias : 1×10^{-6} Virus 2×10^{-8}

ACTIVIDAD 6

a) Escribir en notación científica los siguientes números:

1) El diámetro de la tierra es de: 12.700 km
2) El diámetro de un determinado tipo de virus es de 0,00000063 m.
3) La galaxia de Andrómeda se encuentra a aproximadamente 2.000.000 años luz.
4) Un átomo de oxígeno pesa 0,0000000000000000000000266 gramos.

b) Ordenar de menor a mayor los siguientes números.

$3,7 \times 10^{-5}$; $2,6 \times 10^{3}$; $3,5 \times 10^{-4}$; $1,2 \times 10^{2}$

5×10^{-4} ; $1,25 \times 10^{8}$; $1,25 \times 10^{9}$

Continuamos con la lectura del apunte

3. 1. Multiplicación

Al multiplicar expresiones algebraicas se multiplican las partes numéricas y en las partes literales se aplica la propiedad del producto de potencias de igual base.

Recuerden que la potenciación es una multiplicación "abreviada" de un mismo número.

Por ej: $a . a . a = a^3$ $(4 . 4 . 4 = 4^3)$

Producto de potencias de igual base:

$a \ . \ a^2 = a \ . a \ \ . a = a^3$ la base es "a", al no tener exponente escrito, asumimos que es 1 + 2 del segundo factor nos da la sumatoria de exponentes 3 siendo la misma base.

$a . a^2 . a^5 = a^{1+2+5} = a^8$

Cuando se multiplican potencias de igual base, se obtiene una potencia con la misma base y cuyo exponente es igual a la suma de los exponentes dados.

Ejemplos:

$3. 2 x . 4 x^2 = 3.2.4.x^{1+2} = 24 x^3$

$2 a^2 . 3 b^3 . 4 a b = 2. 3. 4 . a^{2+1} . b^{3+1} = 24 a^3 b^4$

En la multiplicación de enteros:

- Si los dos números tienen el mismo signo, el producto es positivo.
- Si los números tienen signo distinto, el producto es negativo.
- Un número entero por 0 es igual a 0.

ACTIVIDAD 7

Resolver:

a) $3\,b\,.\,4\,a^4.\,5\,a\,b^2 =$

b) $4\,x\,.\,2\,x^2 =$

c) $5\,xy\,.\,4\,x^2y =$

d) $-\,3\,a\,.\,2\,ab.\,(-\,3b^2) =$ (Recordá la regla de los signos)

e) $x + 2\,x =$

f) $x\,.\,2x =$

g) $x\,.\,x\,.\,x\,.\,x + 2\,x^2.\,x^2 + 5\,x\,.\,x^3 =$

h) $b + 2\,b + b^2$

i) $4x\,(\,2 - 3\,x + x\,) =$

Continuamos con la lectura del apunte

3. 2. División

La división exacta es la operación inversa a la multiplicación y la opuesta a la potenciación es la radicación.

Sabemos que: $2^2 = 2\,.\,2 = 4 \longrightarrow \sqrt{4} = 2$

$\sqrt{x}$ se lee raíz cuadrada de x (siendo x el número del que queremos saber su raíz).

$\sqrt[3]{V}$ raíz cúbica o tercera de v, por ej: $\sqrt[3]{8} = 2$ porque $2^3 = 8$.

Ya hicimos un repaso de las distintas operaciones en los diferentes conjuntos numéricos y recordamos algunas propiedades. Seguimos incluyendo a todas las operaciones y llegamos a: **Cálculos combinados.**

3. 3. Cálculos combinados

Primero se resuelven, potencias, raíces, productos y cocientes y por último las sumas y restas. Otros separadores son: paréntesis, corchetes y llaves, que se resuelven en ese orden.

$$20:5 \oplus (2^3-3).4 \ominus 8 =$$

1) Separamos en términos, hay que tener en cuenta las adiciones y sustracciones que están entre paréntesis:

2) Se resuelven las **operaciones que aparecen en cada término** empezando

- Si hay un paréntesis lo resolvemos
- Raíces y potenciales
- Multiplicaciones y divisiones
- Sumas y restas

3) Con los resultados obtenidos en cada término, continuamos resolviendo multiplicaciones y divisiones.

4) Finalmente se resuelven las sumas y restas.

Si compramos 3 latas de tomates a \$23,50 cada una; 2 paquetes de rollo de cocina a \$18,75 c/u, jabón blanco a \$15,55 y 1 botella de aceite a \$54,30 y pagamos con \$200. ¿Cuál es el gasto total? ¿Cuál es el vuelto que recibiríamos?

¿Qué cuentas hicieron para resolverlo? Seguramente coincidamos en que fue necesario hacer varios cálculos para llegar al resultado. Hay varias opciones, una de ellas puede ser, para la primera pregunta:

- Sumamos todo lo que compramos:

3 . 23,50 + 2. 18,75 + 15,55 + 54,30 =
70,5 + 37,50 + 15,55 + 54,30= 177,85

- Para saber cuál es el vuelto, restamos 200-177,85 = 22,15

Entonces, el gasto total es de $177,85 y el vuelto de $22,15.
Podríamos haber planteado un sólo cálculo:
200 - (3. 23,50 + 2. 18,75 + 15,55 + 54,30) = 22,15
200 - 177,85 = 22,15

Como verán, combinamos resta, producto, suma... Por eso llamamos cálculo combinado a este tipo de operaciones. Si hubiera corchetes y paréntesis, se resuelve primero lo que está dentro de los () y luego lo de [].

ACTIVIDAD 8

Plantear un cálculo combinado para cada situación, resolverlo y responder lo que se pregunta.

a) Para presenciar un espectáculo, una familia paga 2 entradas para mayores de $58 cada una y 4 entradas para menores de $30 cada una. ¿Cuánto gastó por las entradas?

b) Un señor compra 4 latas de pintura a $250 cada una, 3 pinceles a $88 cada uno y 2 espátulas a $40 cada una. Por la compra la hacen un descuento del 10%. ¿Cuánto debe abonar?

c) Un buzo se encuentra en el mar a 20 metros de profundidad. Desde ese lugar realiza 3 descensos de 8 m cada uno, haciendo una pausa entre cada uno para aclimatarse a la presión del agua. ¿A qué profundidad llega al final de los descensos? ¿Los números que utiliza en esta situación son naturales?

d) Un tanque de agua de 750 l de capacidad, está lleno en una tercera parte. Se extraen 8 baldes de 12 litros cada uno, ¿con cuántos l queda el tanque?

ACTIVIDAD 9 Obligatoria

Resolver estos cálculos. Recuerden separar en términos para facilitar su resolución: *https://www.youtube.com/watch?v=J-1ksBUUQE8*

a) $\{4\,[7 + 4\,(5 \cdot 3 - 9)] - 3\,(40 - 8)\} =$

b) $[(17 - 15)\,.\,3\ + (7 - 12)\,.\,2\,] : [(6 - 7) \cdot (12 - 23)] =$

c) $\dfrac{(3 - 8) + [5 - (-2)]}{[(-2)\,5 - (-3)\,3]} =$

d) $\{[(5.\,\frac{1}{3} + 12.0{,}6).\,\sqrt{9}] + \frac{18}{9}\} + 2{,}4 =$

Continuamos con la lectura del apunte

3. 4. Ecuaciones e inecuaciones

Las ecuaciones son expresiones algebraicas que contienen una igualdad, en cambio, las inecuaciones presentan una desigualdad. Pueden contener una o más variables. Cada letra distinta indica una variable.

Algunos ejemplos de ecuaciones son:

1) $x^2 = 9$
2) $2x = 8$
3) $2(x + 1) = 4x$
4) $3x + 2y = 5$
5) $S = b.h / 2$
6) $4 = x + 1$
7) $a+1 = a + 2$

Y algunos de inecuaciones:

- $5x + 3 < 6x - 8$
- $2x + 1 > 5$

Algunas inecuaciones pueden tener el signo $\leq$ que significa menor o igual, o $\geq$ cuyo significado es mayor o igual. En las inecuaciones pueden encontrar más de un número que sirva de solución. Luego veremos la forma de resolver todos los casos.

Vamos a resolver ecuaciones e inecuaciones:

Habíamos dicho que si operamos un mismo número en ambos miembros de la igualdad, esa igualdad se mantenía. Es la aplicación de la ley cancelativa. Por ej.:

$4.x = 8 \rightarrow \frac{4.x}{2} = \frac{8}{2}$ al dividir ambos miembros por 2, la igualdad se mantiene.

Encontrar un valor para x significa lograr que quede sola antes o después del signo igual, es decir que en uno de los miembros queden expresados los cálculos que deben realizarse para hallar el valor de la incógnita. Para ello deben ejecutarse una serie de pasos algebraicos, garantizando que en todos ellos se mantenga la igualdad. Por ejemplo:

$$\mathbf{x + 12 = 30}$$

En este caso trataremos de lograr que la x quede "sola" en el primer miembro. Para ello tenemos que tratar de sacar de allí el 12 que está sumando; la forma de hacerlo es restarle 12 (para que quede 0 al hacer la cuenta), pero como hay que mantener la igualdad debe restársele a ambos miembros de la igualdad 12. Así se tiene:

$x + 12 - 12 = 30 - 12$

$x + 0 = 18$

$\mathbf{x = 18}$, que es la solución, la **única** solución posible

Efectivamente $\mathbf{18 + 12 = 30}$

Analicemos otro caso:

$\mathbf{x^2 = 9}$

Resolvemos: el cuadrado de x se cancela con la operación inversa que es la raíz cuadrada:

$x=\sqrt{9} \rightarrow x = 3$ o -3 porque $3^2 = 9$ y $-3^2 = 9$ entonces tenemos **dos soluciones correctas.**

S = {3.-3} es el conjunto solución

El conjunto de todos los valores que pueden tomar las variables de modo tal que la igualdad resulte verdadera recibe el nombre de conjunto solución.

WEB

Pueden ejercitar con las actividades propuestas en este sitio:
https://es.educaplay.com/es/recursoseducativos/3582917/cual_es_la_solucion.htm

VIDEO

- También pueden ver:
"Resolver una ecuación y verificarla - Álgebra - Educatina".
https://www.youtube.com/watch?time_continue=3&v=49DnVrKTIs
- Y este otro que es más interesante porque trata de ecuaciones con más operaciones:
"Ecuaciones simples y verificación".
https://www.youtube.com/watch?time_continue=1&v=GcvXlzTjZE0

WEB

El conjunto solución también es llamado **intervalo**, vamos a detenernos más adelante en la clasificación de intervalos pero pueden visitar y comenzar a ejercitar este tema.
http://www.educa3d.com/ud/int-bas/story_html5.html

Para resolver inecuaciones procedemos de la misma forma teniendo en cuenta que **siempre** el conjunto de soluciones estará formado por más de un elemento.

$$x + 38 > 99$$

Restamos 38 en ambos miembros:
$x + 38 - 38 > 99 - 38$
$x > 61$ entonces podemos elegir cualquier valor para x que sea mayor que 61.
$S = \{x/x>61\}$ → se lee: x tal que x sea mayor que 61 (siendo x un número cualquiera).
Probemos con 62→ $62 + 38 > 99$
$100 > 99$

¿Qué ocurre cuando tenemos la misma incógnita en ambos miembros?
Por ejemplo: $5\,(3+x) > 8\,x - 2$ para resolver el primer miembro usamos la propiedad distributiva
$(5 \,.\, 3) + 5\,x > 8\,x - 2$
$15 + 5\,x > 8\,x - 2$ cuando ya tenemos lo que se puede resolver en cada miembro, se agrupan las incógnitas en el mismo miembro. Como ya sabemos por la propiedad cancelativa que si operamos el mismo número a ambos lados de la desigualdad, la misma se mantiene, entonces abreviamos:

$15 + 2 > 8\,x - 5\,x$ en vez de escribir: +2 en ambos miembros y cancelar en el segundo.
$17 > 3\,x$ por la misma razón, el 3 se transforma en divisor en el primer miembro.

$\frac{17}{3} > x$ verificamos con $\frac{15}{3}$ (podés hacerlo con cualquier número que cumpla la condición de ser < que $\frac{17}{3}$)

Reemplazamos en la inecuación original:

$(5 . 3) + 5\,x > 8\,x - 2$

$(5 . 3) + 5 \,.\, \frac{15}{3} > 8 \,.\, \frac{15}{3} - 2$

$15 \quad + 25 \quad > 40 - 2$

$\mathbf{40} \quad \mathbf{>} \quad \mathbf{38}$ vemos que se cumple la condición.

ACTIVIDAD 10 Obligatoria

Encontrar los valores posibles para x (expresarlo como conjunto solución) y verificar con alguno de los valores posibles.

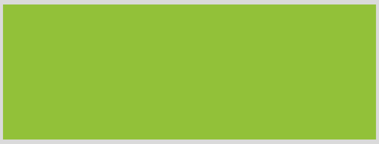
a) $x - 30 > 10$

b) $x - 30 < 10$

c) $39 + 3 . x > 45$

d) $3 (x - 1) + 2 > 5\,x - 2$

e) Hallar los valores de x para un rectángulo en el cual la base es mayor que la altura.



h=3x+10

b=x+50

f) Adriana dispone de $50 para comprarse ropa. No le alcanza para comprarse dos pantalones, pero si compra dos remeras del mismo precio y un pantalón que cuesta $29 le sobra. ¿Cuál puede ser, como máximo, el precio de cada remera?

g) Roberto trabaja como personal de maestranza en una editorial. Tiene que bajar paquetes con libros en un montacargas en el que puede cargar hasta 500 kg. Sabiendo que Roberto pesa 85 kg. y que cada paquete de libros pesa 25 kg., ¿cuántos paquetes puede bajar en cada viaje?

Si el tema les gustó, pueden conocer más ingresando a la página que se encuentra a continuación.

VIDEO

Alterados por Pi Matemática- Canal Encuentro
“El número Pi- Adrián Paenza”.
https://www.youtube.com/watch?v=3Gdjkz60ON4

¿Quedó alguna duda? ¿Alguna actividad que no sé cómo resolverla?
Los espera el tutor en el Campus Virtual o en el encuentro presencial para acompañarlos y ayudarlos.

¡ Empezamos a estudiar!

Conozcamos un poco más sobre este tema leyendo el apunte de clase que se encuentra a continuación.

Apunte de clase: Sistemas de ecuaciones

1. Ecuaciones lineales o de primer grado

Ya vimos en la unidad 1 el significado del concepto de ecuación y su resolución. ¿Aprovechamos para repasarlo?

Una ecuación es una igualdad en la que hay que hallar el valor de una incógnita.

Leamos el siguiente enunciado:

Para presenciar un espectáculo teatral, las entradas costaban \$15 para los mayores y \$10 para los menores. Un día determinado se recaudaron \$4.500. Con esta información, ¿es posible saber, exactamente, cuántos mayores y cuántos menores asistieron ese día? ¿Tendremos varias soluciones posibles?

Veamos... Si lo escribimos como una ecuación, tendríamos:

$15\,x + 10\,y = 4.500$ es decir; las entradas de mayores, sumadas a las de menores nos da una recaudación de \$4.500.

Para poder encontrar las respuestas posibles, vamos a trabajar con una variable y despejar la otra. Empezamos despejando y (dejamos a y sola en el primer miembro).

$15\,x + 10\,y = 4\,500$

$10\,y = 4\,500 - 15\,x$

$y = (4500-15x)/10$ usando la prop distributiva, quedaría

$\mathbf{y = 450 - 1{,}5\,x}$

Vayamos asignándole valores a una de las incógnitas, en este caso la **x**, y calculemos cuánto debe valer la **y**. Sólo podemos asignar a **x** números naturales pues **x** representa cantidad de personas. Armamos una tabla con dichos valores (que elegimos como queremos).

Por ej. si $x = 30 \rightarrow 15.\,30 + 10\,y = 4500$

$450 + 10\,y = 4500$

$10\,y = 4500-450$

$y = 4050/10$

$\mathbf{y = 405}$

x	y	Verificación
30	450	y=450-1,5.30→450-45=405
100	300	y=450-1,5.100→450-150=300
200	150	y=450-1,5.200→450-300=150
150	225	y=450-1,5.150→450-225=225

Los pares (30; 405), (100; 300), (200; 150), (150; 225) son algunos de los pares que son solución de la ecuación planteada.

Entonces, podemos decir que si se vendieron 30 entradas de mayores, se vendieron 405 de menores, para 100 de mayores, 300 para menores y así sucesivamente.

Ahora probemos qué sucede si le asignamos valores a la variable y.

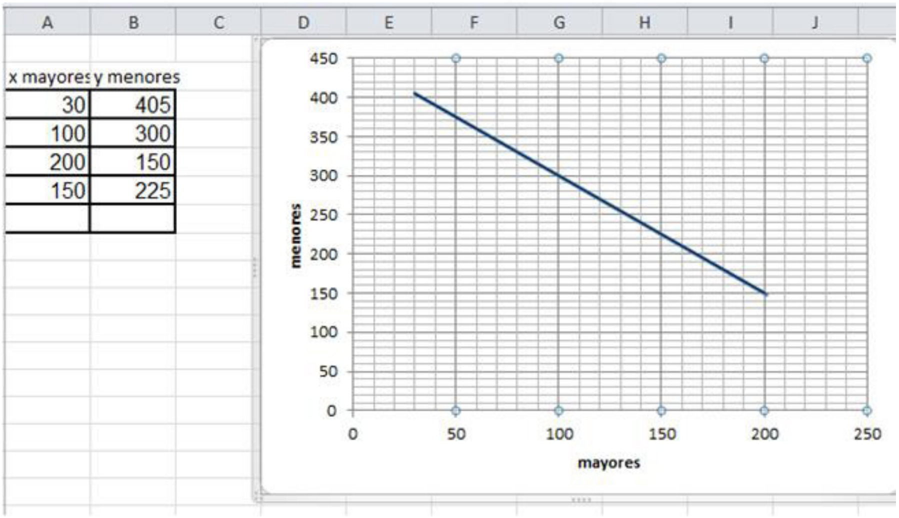
Usemos el 150 que tenemos en la tabla para valores de y.

$15 \cdot x + 10 \cdot 150 = 4500$

$15 \cdot x + 1500 = 4500$

$x = (4500 - 1500) / 15 \Rightarrow 200$

x **= 200** se verifica nuevamente lo calculado en la tabla.



x mayores	y menores
30	405
100	300
200	150
150	225

Por lo que vemos, podemos deducir que: a medida que aumenta la cantidad de entradas de mayores, disminuyen las de menores.

Los pares que representan los puntos se llaman pares ordenados, cada número dentro del () equivale a una x y a su respectiva y. Es decir: la primera componente corresponde al eje x y la segunda componente al eje *y* $\rightarrow (x ; y)$

Recuerden que en los ejes cartesianos, el horizontal corresponde a las x y el vertical a las y.

Como hablamos en la unidad anterior, los gráficos son un lenguaje y como tal, transmiten variada información.Según qué letra se le asigne a cada variable se obtendrán diferentes expresiones para trabajar pero esto no cambiará la respuesta del problema pues cuando se interpreten las soluciones se lo hará teniendo en cuenta el significado que, previamente, le hemos dado a cada letra.

Para resumir:

- Las expresiones que planteamos hasta ahora corresponden a ecuaciones de primer grado con dos incógnitas porque el máximo exponente de todas es 1. Luego, veremos ecuaciones de segundo grado o con exponente 2.
- Las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas tienen más de una solución posible.
- La cantidad de soluciones será finita o infinita, dependiendo del contexto del problema a resolver, o sea del campo numérico con el que se trabaje y de las restricciones del problema.
- Cuando representamos las soluciones en un sistema de ejes cartesianos, los puntos siempre quedan alineados.

ACTIVIDAD 11

Resolver estas actividades que les servirán para afianzar el tema.

1) La base de un rectángulo es doble que su altura. ¿Cuáles son sus dimensiones si el perímetro mide 30 cm?

2) La diferencia entre dos números es igual a 14. ¿Cuáles pueden ser esos números? Escribir 5 pares.

Continuamos con la lectura del apunte

1. 1. Ecuaciones lineales

Como resumimos, las ecuaciones lineales (de primer grado) son representadas en los ejes cartesianos mediante una recta. Todas tienen la forma:

y = ax+b

a y ***b*** son números reales.

x e ***y*** son las variables.

Decimos que el término b es la ordenada al origen porque es el punto por donde pasará la recta en el eje Y (vertical) y el término a es la pendiente por donde pasa la recta. En el caso:

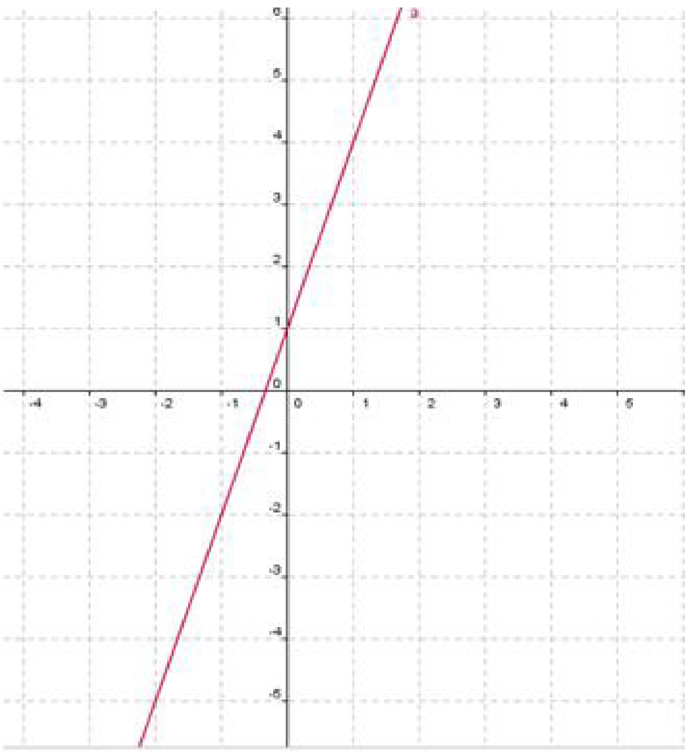
$$y = 3x + 1$$

3 equivale a la pendiente, 1 es por donde pasará la recta en el eje de las ordenadas (y), el eje de las abscisas es el horizontal o (x) . En un par ordenado, primero se nombra la abscisa y luego la ordenada, por eso el término b es el llamado de "ordenada al origen".

Veamos el gráfico: la recta pasa por el 1 en el eje Y (ordenada). Cuando Y toma el valor 1, x es 0, por lo tanto el par ordenado sería (0;1).

Otro par representado por la recta es el (1 ; 4) es decir, cuando x = 1 ⟶ y = 4

Si reemplazamos en la ecuación original, tenemos:



y= 3.1+1 ⟶ y= 3+1; y = 4 ⟶ comprobamos analíticamente lo comunicado por la recta.

¿Qué otros pares podes visualizar en el gráfico? Escriban algunos.

Podemos armar la tabla:

x	y
0	1
1	4
-1	-2

1. 2. Sistemas de ecuaciones lineales

Si tenemos más de una ecuación que deben resolverse simultáneamente, decimos que éstas forman un sistema de ecuaciones. Si todas las ecuaciones que forman parte del sistema son ecuaciones lineales (aquellas cuya representación gráfica es una recta) se tiene un sistema de ecuaciones lineales.

Volvamos al problema de las entradas de mayores a $15 y menores a $10 sabiendo que un día se recaudaron $4.500. Nos informan que ese día asistieron al teatro 400 personas. ¿Podemos ahora saber con exactitud cuántos mayores y cuántos menores asistieron?

Tenemos ahora una nueva información. ¿Será posible encontrar algún par ordenado de números que satisfaga simultáneamente la información del problema 1 y esta nueva información?

Planteando en forma de ecuación esta nueva información obtenemos que:

$x + y = 400$

Despejando

$y = 400 - x$

Dándole valores a x, obtenemos los correspondientes valores de y. Por ejemplo:

$x = 50 \longrightarrow y = 350$

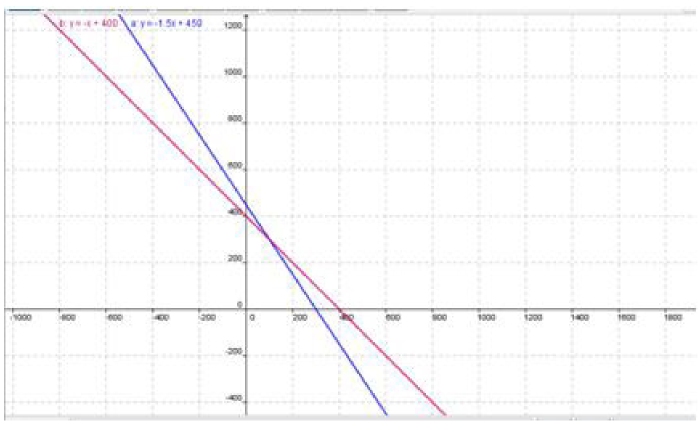
$x = 100 \longrightarrow y = 300$

$x = 200 \longrightarrow y = 200$

Vemos que el par ordenado (100; 300) era una de las soluciones de la ecuación **$y = 450 - 1{,}5x$** (cumplía con las condiciones del problema 1). También es una de las soluciones de la ecuación **$x + y = 400$** (Cumple con la nueva condición). Decimos entonces que el par ordenado (100; 300) es solución del **sistema de ecuaciones lineales:**

$$\begin{cases} y = 450 - 1{,}5\,x \\ x + y = 400 \end{cases}$$

Gráficamente:



La solución gráfica de un sistema de ecuaciones es el punto en el cual se cortan las rectas que corresponden a cada una de las ecuaciones del sistema.

En este caso, el punto (100;300)

1. 3. Método analítico de resolución de sistemas de ecuaciones

Hasta ahora vimos dos formas de resolver un sistema de ecuaciones:

- Trabajar por separado con cada una de las ecuaciones, buscando soluciones para cada una de ellas hasta encontrar una solución que satisfaga a ambas. Es decir, un par ordenado que se encuentre como posibilidad en ambas.
- Graficar ambas ecuaciones y buscar el punto donde se cortan las rectas que las representan.

Ambos métodos pueden resultar bastante complejos en cuanto a la inversión de tiempo hasta encontrar la solución, por eso, existe un método analítico mucho más sencillo. Vamos a verlo:

Tenemos que encontrar la solución de un sistema de ecuaciones lineales, o sea de encontrar el par que verifica simultáneamente ambas ecuaciones, para eso vamos a trabajar algebraicamente.

En el caso que veníamos trabajando:

$y = 450 – 1,5\,x$ (1)

$x + y = 400$ (2)

Se trata de encontrar los valores de x e y que verifican simultáneamente ambas igualdades.

Método de sustitución: se trata de reemplazar un valor por otro equivalente dentro del sistema. Orservando la ecuación (2) podríamos reemplazar **y** por su equivalente en la ecuación (1).

$x + 450 – 1,5\,x = 400$

$x + y = 400$

Se obtiene, de este modo, una ecuación con una sola incógnita.

Resolviendo esta ecuación obtenemos el valor de **x**.

$x – 1,5\,x = 400 – 450$

$-0,5\,x = -50$

$x = -50/(-0,5)$

$x = 100$

Una vez obtenido el valor de x, lo reemplazamos en cualquiera de las dos ecuaciones que forman el sistema y obtenemos el correspondiente valor de **y.**

$100 + y = 400$

$y = 400 – 100$

$y = 300$

Decimos que el conjunto solución de nuestro sistema es el par (100; 300).

VIDEO

Pueden ver este video antes de realizar las actividades:
"Sistema de ecuaciones de 2x2 método de sustitución".
https://www.youtube.com/watch?time_continue=1&v=s8kcVKLNDSk

ACTIVIDAD 12 Obligatoria

Resolver por el método de sustitución estos sistemas de ecuaciones. Recuerden que pueden consultar a su tutor las veces que necesiten.

a) $\begin{cases} x + 6y = 27 \\ 7x - 3y = 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -3x + 4y = -24 \\ 5x + 7y = -1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + y = -10 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$

Continuamos con la lectura del apunte

2. Método de igualación

En este método vamos a igualar ambas ecuaciones que forman el sistema. Volvemos al ejemplo que venimos trabajando:

$$\mathbf{y = 450 - 1,5\,x \quad (1)}$$
$$\mathbf{x + y = 400 \quad (2)}$$

Despejamos de ambas, la misma variable, en este caso despejamos y, tenemos entonces:

y = 450 - 1,5 x
y = 400 - x
Armamos la igualdad con los segundos miembros de cada ecuación:
450 - 1,5 x = 400 - x   despejamos x pasándolas al mismo miembro
-1,5 x + x = 400-450
-0,5 x = -50
x = -50/ (-0,5)
x = 100   ya tenemos el valor de x
Usamos el valor hallado para encontrar el de y.
y = 450 - 1,5 . 100
y = 450 -150
y = 300
Volvemos a hallar el mismo par (100; 300) como resultado del sistema.

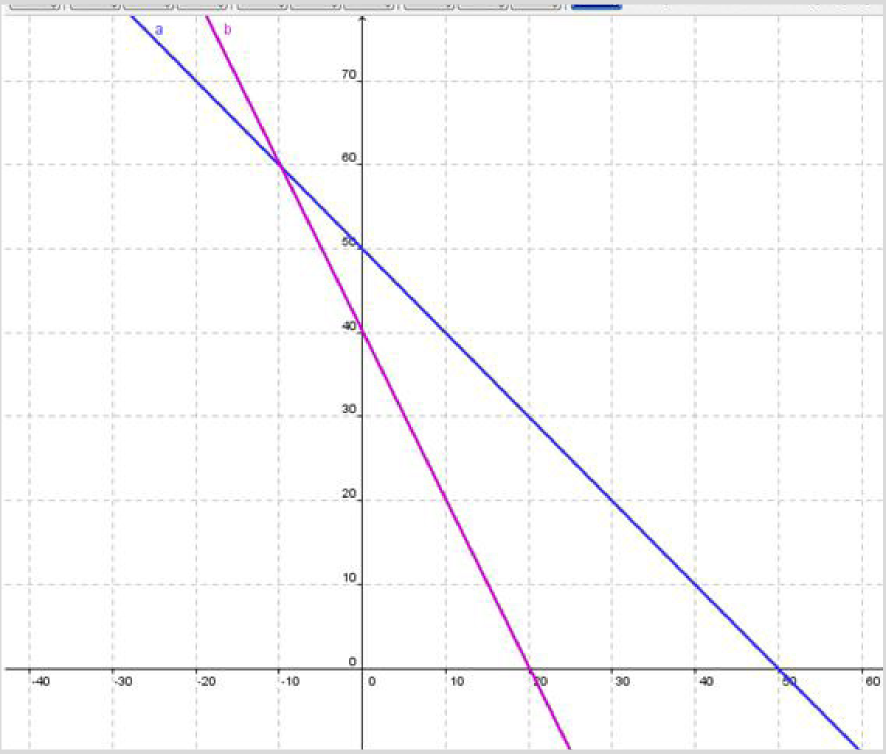
VIDEO

Los invito a ver el siguiente video que puede ayudarlos a afianzar el tema:
"Sistema de ecuaciones de 2x2 método de igualación ejemplo 2".
https://www.youtube.com/watch?time_continue=1&v=2S_xytDtaBA

ACTIVIDAD 13 Obligatoria

Observando el gráfico, determinar:

- 3 pares ordenados para cada ecuación.
- El par solución del sistema.



Continuamos con la lectura del apunte

3. Ecuaciones de segundo grado

Una ecuación de segundo grado es una ecuación polinómica cuyo grado es 2, es decir, su parte literal es x^2

Este tipo de ecuaciones tienen la forma:

$y= ax^2 + bx + c$ siendo a, b, y c números cualesquiera.

Como la ecuación es de grado 2, tenemos, como máximo, 2 soluciones posibles, llamadas raíces.

Para hallar el valor de x usamos una fórmula, que es la siguiente:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Esta fórmula se conoce como fórmula cuadrática o resolvente y sirve para calcular el valor de las raíces de una ecuación de segundo grado. Veamos un ejemplo. Si tenemos la ecuación x 2 + x − 2 = y, encontremos las raíces.

Siendo a=1, b=1 c=-2

Reemplazamos en la fórmula cuadrática:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4.1(-2)}}{2.1}=\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{2}=\frac{-1+\sqrt{9}}{2}=\frac{-1+3}{2}=\begin{cases}\frac{-1+3}{2}=1\\[4pt]\frac{-1-3}{2}=-2\end{cases}$$

Tenemos, entonces que los valores posibles para x son 1 y -2.

Reemplazamos x con uno de los valores y calculamos y.

$y = x^2 + x - 2$

$y = 1^2 + 1 -2$

$y = 1+1-2$

$y = 0$

Usamos el otro valor hallado, -2

$y = -2^2 +(-2) -2$

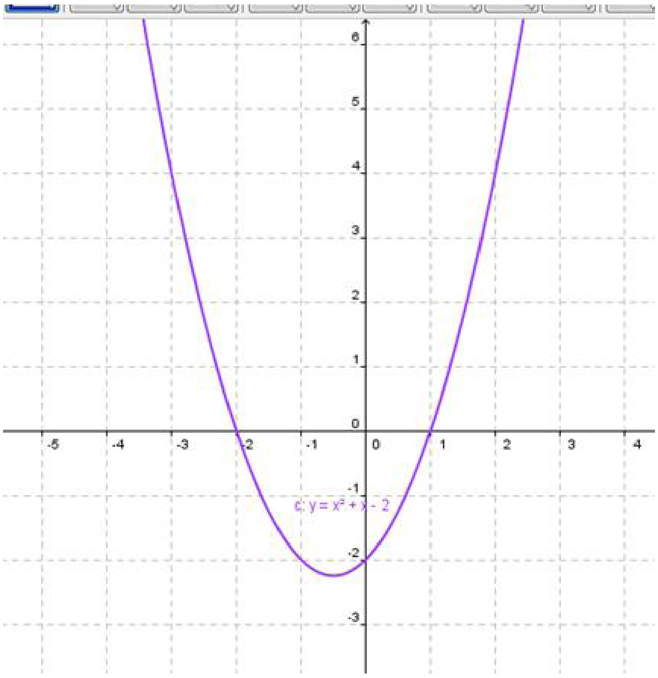
$y = 4 - 4$

$y = 0$

Con ambas raíces, llegamos al mismo resultado **y = 0.**

Seguramente te darás cuenta de que el gráfico no es una recta, porque hay dos pares en los cuales y = 0 (1;0) y (-2;0)

Este tipo de gráfico se denomina parábola y es el que te muestro a continuación.



Este tema lo desarrollaremos con más profundidad en la unidad siguiente.

¿Quedó alguna duda? ¿Alguna actividad que no sé cómo resolverla?
Los espera el tutor en el Campus Virtual o en el encuentro presencial
para acompañarlos y ayudarlos.

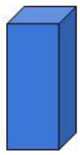
¡ Empezamos a estudiar!

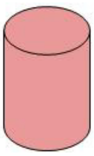
Conozcamos un poco más sobre este tema leyendo el apunte de clase que se encuentra a continuación.

Apunte de clase: El espacio geométrico

1. El espacio geométrico

Al observar el mundo que nos rodea, podemos ver gran diversidad de formas que hay en él. Los postes de luz, los edificios, las casas, los autos, los envases de golosinas, el camino que describen los ríos y arroyos, los animales, etc. Todos ellos poseen características particulares que los distinguen a unos de otros. Todos estos elementos ocupan un lugar en el "espacio físico".



Para poder estudiar los objetos que vemos, a menudo se sigue un modelo que es el modelo propuesto por los "cuerpos geométricos". El espacio geométrico es "idealmente" perfecto, por eso es tomado como "modelo" estudiar la realidad (el espacio "real").

Al estudiar las características y generalidades de los "cuerpos geométricos" Podemos, luego, caracterizar todo lo que ocupa un lugar en el espacio.

Como podemos ver, hay cuerpos que no pueden rodar y otros que sí... nadie duda de que una pelota de fútbol rueda (en buenas condiciones e inflada) en cambio una caja de saquitos de té, puede ser arrojada, rebotará hasta que pierda fuerza que la impulsa y quede quieta sobre una cara pero nunca girará como la pelota.

Tenemos entonces una primera clasificación de cuerpos: rodantes y no rodantes. A los no rodantes los llamamos poliedros (poli: muchos, edros: caras) y a los que ruedan podemos decirles redondos.

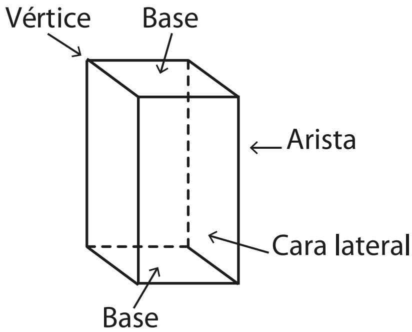
CUERPOS GEOMÉTRICOS

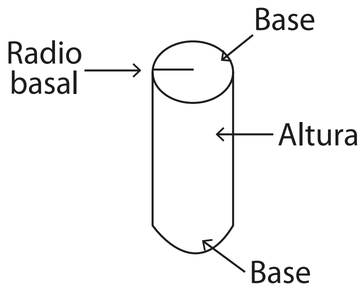
POLIEDROS | REDONDOS

ELEMENTOS

*caras
*vértices
*aristas

*base
*altura
*generatriz

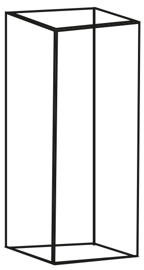




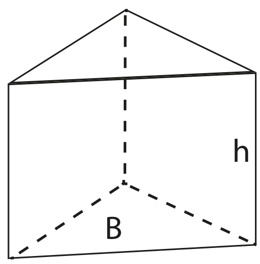
Si los poliedros tienen TODAS sus caras iguales, entonces es REGULAR, caso contrario, se llama IRREGULAR.

Existen sólo cinco poliedros regulares: tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro. Pueden buscar la etimología de las palabras y sabrás cuántas caras tiene cada uno.

En cuanto a los irregulares, pueden ser: prismas o pirámides. El prisma está constituido por dos bases iguales y sus caras laterales también son congruentes entre sí. Según el número de lados de la base se le da el nombre al prisma. Por ejemplo: prisma triangular (sus bases son un triángulo), prisma cuadrangular (sus bases son cuadrados), prisma pentagonal (sus bases son pentágonos), etc. La altura de un prisma es la distancia entre las bases.



Prisma (cuadrangular)



Las dos bases son cuadradas y los lados laterales son paralelogramos.

Las bases son triángulos y las caras paralelogramos.

Las pirámides son cuerpos constituidos por una base poligonal y por caras laterales cuyas aristas concurren a un punto del espacio llamado cúspide o vértice común, por lo tanto las caras laterales siempre serán triangulares. El eje o altura de la pirámide es la línea que va del vértice al centro de la base. La apotema lateral de una pirámide regular es la altura de cualquiera de sus caras laterales.

Para poder estudiar los objetos que vemos, a menudo se sigue un modelo que es el modelo propuesto por los “cuerpos geométricos”. El espacio geométrico es “idealmente” perfecto, por eso es tomado como “modelo” estudiar la realidad (el espacio “real”).

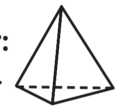
Al estudiar las características y generalidades de los “cuerpos geométricos” Podemos, luego, caracterizar todo lo que ocupa un lugar en el espacio.

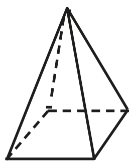
Como podemos ver, hay cuerpos que no pueden rodar y otros que sí... nadie duda de que una pelota de fútbol rueda (en buenas condiciones e inflada) en cambio una caja de saquitos de té, puede ser arrojada, rebotará hasta que pierda fuerza que la impulsa y quede quieta sobre una cara pero nunca girará como la pelota.

Tenemos entonces una primera clasificación de cuerpos: rodantes y no rodantes. A los no rodantes los llamamos poliedros (poli: muchos, edros: caras) y a los que ruedan podemos decirles redondos.

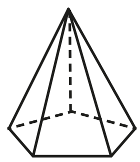
CLASIFICACIÓN DE PIRÁMIDES SEGÚN SU BASE

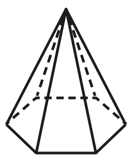
- **Pirámide triangular:** Su base es un triángulo.





- **Pirámide cuadrangular:** Su base es un cuadrado.
- **Pirámide pentagonal:** Su base es un pentágono.



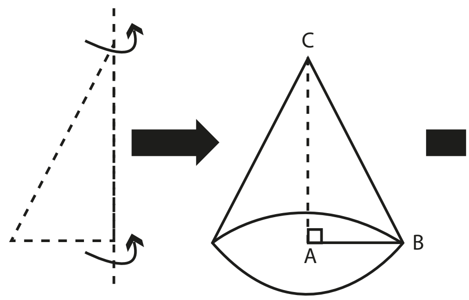


- **Pirámide hexagonal:** Su base es un hexágono.

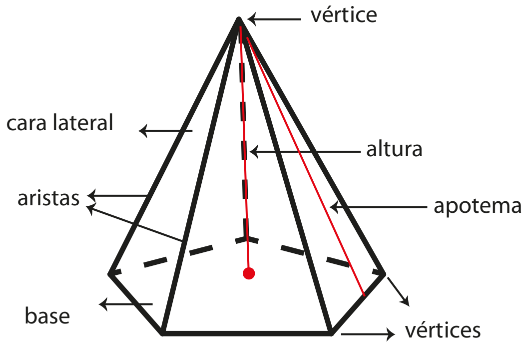
Recordemos:

•**APOTEMA** es la distancia desde el centro de un polígono regular al centro de uno de sus lados.

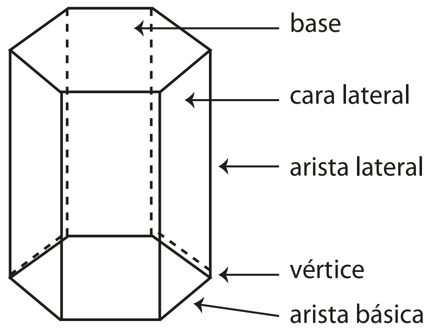
•**GENERATRIZ** es el lado de la figura, que genera la región lateral del cuerpo redondo.



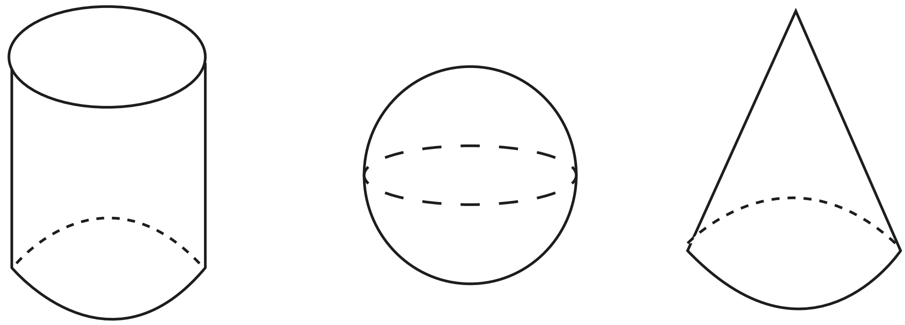
Elementos de una pirámide:



Elementos de un prisma:

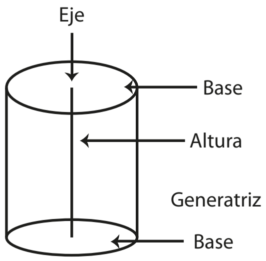


Los cuerpos redondos son cuerpos geométricos compuestos total o parcialmente por caras curvas; y son: el cilindro, la esfera y el cono.



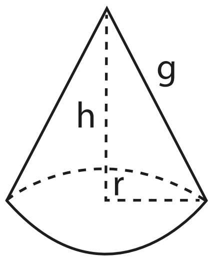
Cilindro Esfera Cono

Veamos algunas características:

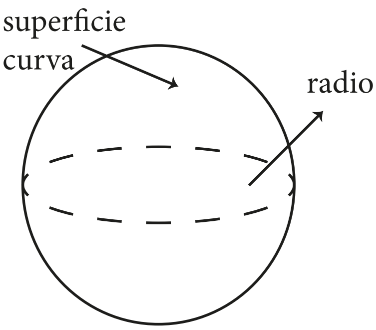


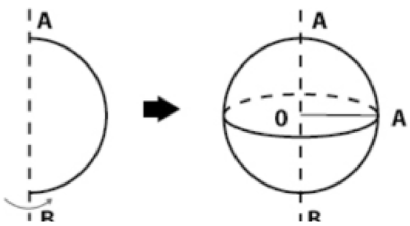
- Cilindro: Dos bases circulares, una superficie lateral curva y altura (h) que es la distancia entre las bases.

En este caso, la rotación, la realiza un rectángulo, por eso la generatriz coincide con el lado mayor del mismo.



- Cono: Una base circular y una cúspide, altura. La generatriz está dada por la hipotenusa del triángulo rectángulo que gira alrededor del eje. Eje: es el cateto AC. Alrededor de él gira el triángulo rectángulo.





- Esfera: generada por el giro de una semicircunferencia alrededor de su diámetro. Al girar el semicírculo alrededor del diámetro AB, se genera una superficie esférica donde se determinan los siguientes elementos:

  - Generatriz: es la semicircunferencia que genera la superficie esférica.
  - Centro de la esfera: es el centro de la semicircunferencia y corresponde al punto O.
  - Radio de la esfera: es el radio de la semicircunferencia: OA.
  - Diámetro de la esfera: es el segmento que une 2 puntos opuestos de la superficie esférica, pasando por el centro: AB.

ACTIVIDAD 14

Escribir a qué cuerpo geométrico se asemeja:

2. Estudio de las caras de los poliedros

Estuvimos hablando de caras, lados, bases...pensemos en que pintamos la base de un cartón de leche y, sin dejar secar la pintura, lo apoyamos sobre una mesa. ¿Qué pasaría? Seguramente estemos de acuerdo en que dejaría la marca sobre la mesa. Esa marca que deja la base, la huella que queda sobre la superficie de apoyo, se llama “figura geométrica”.

Las figuras geométricas son sectores del plano delimitados por lados que pueden ser rectos o curvos, pero siempre determinan un espacio al interior de ese borde que delimita el interior del exterior.

Clasificación de figuras geométricas (polígonos)

CLASIFICACIÓN DE POLÍGONOS

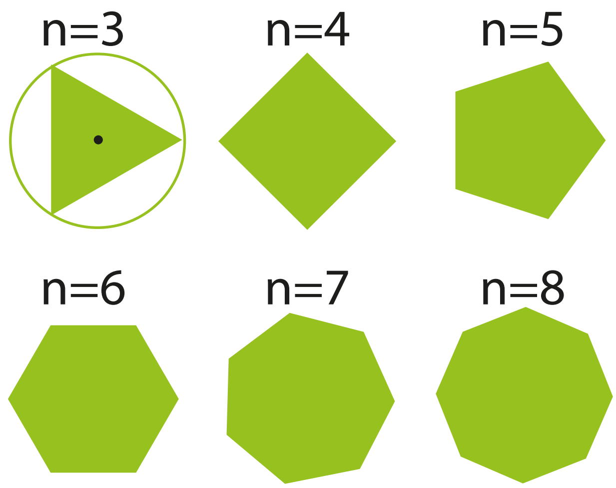
POR CANTIDAD DE LADOS:

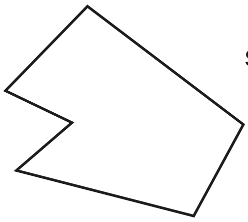
*Triángulos
*Cuadriláteros
*Pentágonos

POR CONGRUENCIA DE LADOS:

*Regulares
*Irregulares

Ejemplo de polígonos regulares en los cuales n significa la cantidad de lados. Observen que todos tienen sus lados congruentes:

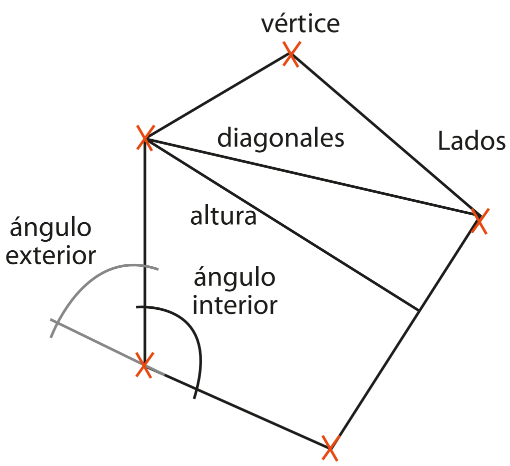


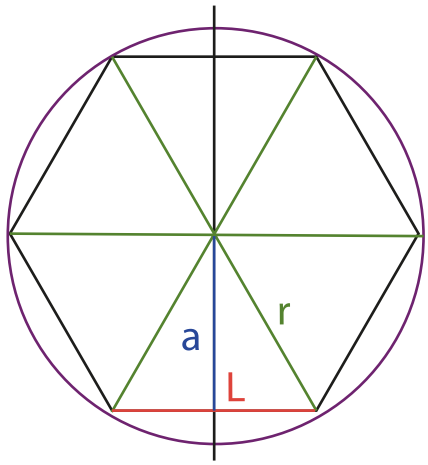


Éste es un ejemplo de hexágono irregular, sus lados son desiguales.

Elementos de los polígonos:

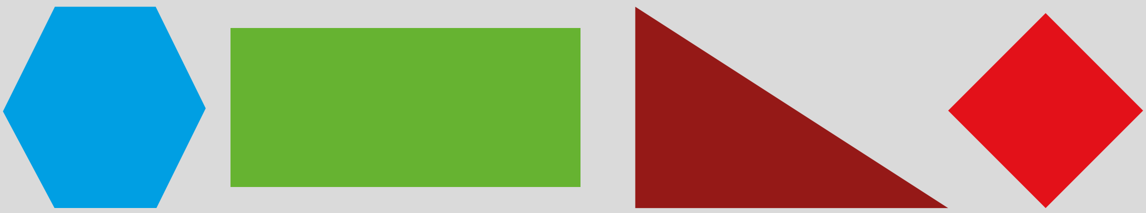
- Lado: cada uno de los segmento que forman el polígono.
- Vértice: punto donde se cortan los lados, se designan con una letra minúscula.
- Diagonales: segmentos que unen dos vértices no consecutivos.
- Altura: dependiendo del tipo de polígono la distancia perpendicular entre dos lados paralelos, o la distancia entre vértice y lado opuesto.
- Radio: es el radio de la circunferencia circunscrita al polígono.
- Apotema: es el radio de la circunferencia inscrita al polígono *(solo en polígonos regulares).*





ACTIVIDAD 15 Obligatoria

- Clasificar a los siguientes polígonos teniendo en cuenta el número de lados y la congruencia de los mismos.



- Teniendo en cuenta la figura verde, calcular el perímetro de la misma sabiendo que la base mide 60 m y la altura es 1/3 de la misma.

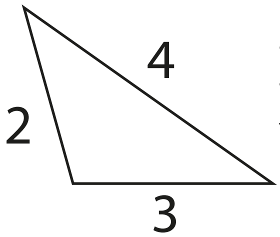
Para calcular el perímetro y el área de las figuras geométricas, pueden consultar este link: *https://www.portaleducativo.net/octavo-basico/154/Perimetro-y-area-de-poligonos*

Continuamos con la lectura del apunte

3. Triángulos

Repasamos:

- Es una figura de 3 lados, 3 ángulos y 3 vértices.
- La suma de sus ángulos interiores es igual a 180º.
- Cada uno de los lados debe ser menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia. ($a < b + c$ y $a > b-c$).
- Clasificación de figuras geométricas (polígonos)



$a=4$, $b=3$, $c=2 \rightarrow 4<3+2$ y $4>3-2$
$4< 5$ y $4 > 1$
Se deben verificar estas condiciones para los 3 lados.

WEB

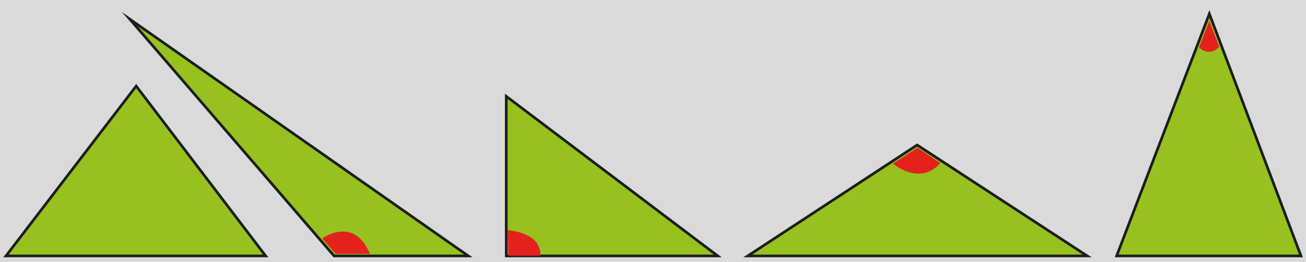
Para repasar clases y características de triángulos:
https://www.sangakoo.com/es/temas/clasificacion-y-propiedades-de-los-triangulos

Recuerden que el perímetro es la suma de los lados, pero podemos usar sumas abreviadas. Al hablar de perímetro, hacemos alusión a la sumatoria de la longitud de sus lados, por eso usamos la clasificación según lados:

CLASE DE TRIÁNGULO	FÓRMULA DE PERÍMETRO	
Equilátero	P= l . 3	(porque los tres miden lo mismo)
Isósceles	P= (l . 2) + l	(dos lados iguales más el desigual)
Escaleno	P= l + l + l	(tres lados distintos)

ACTIVIDAD 16

- Clasificar según lados y ángulos cada triángulo.



- Determinar si se pueden construir triángulos cuyos lados midan:

a) 4 cm; 6 cm.; y 8 cm.
b) 10 cm; 7 cm.; y 5 cm.
c) 6 cm.; 9 cm.; y 2 cm.

3. 1. Ángulos interiores de un triángulo

Sabemos que la suma de los ángulos interiores es igual a 180º. Recordemos que estamos usando el sistema sexagesimal que va de 60 en 60 (de allí su nombre). Igual que la medición que hacemos del tiempo: 1h=60 min ; 60 min= 60 seg

En el sistema angular usamos grados, minutos y segundos (de mayor a menor).

1º =60’
1’ =60”
º símbolo usado para grado
‘ símbolo usado para minuto
“ símbolo usado para segundo

Si tenemos que averiguar el ángulo restante debemos proceder a hacer algunos cálculos. Por ej: sabiendo que α, β, δ son ángulos interiores de un triángulo y
α = 32º 45’12” y β = 54º 32’ hallar δ

Planteamos la ecuación que nos servirá para resolver la incógnita:

180º = $\alpha + \beta + \delta$ reemplazamos

180º = 32º 45’12” + 54º 32’ + δ

Para sumar colocamos una medida debajo de la otra respetando la denominación (no podemos sumar o restar minutos con segundos)

	32º	45’	12”	
+	54º	32’		
	86º	77‘	12”	con los 77’ puedo formar 1º, entonces
-		60’		estos 60’ forman 1º que se suman a los º
	87º	17‘	12”	

Siguiendo con la ecuación inicial:

180º - 87º 17’ 12” = δ Resolvemos la resta de la misma forma que la suma

	180º	00	00	Hay que transformar 1º en 60‘ y 1‘ en 60 “
-	87º	17`	12”	
	179º	59’	60”	resolvemos la resta
-	87º	17`	12”	
	92º	42’	48”	

Éste es el resultado final = δ 92º 42’ 48”

VIDEO

Antes de realizar las actividades obligatorias, pueden pasar por el siguiente tutorial:

Para sumar
https://www.youtube.com/watch?time_continue=1&v=hV7OWaKR1P0

Para restar
https://www.youtube.com/watch?time_continue=2&v=Vp21nmne61o

ACTIVIDAD 17 Obligatoria

Averiguar el valor del ángulo desconocido:

a) â = 48º 12' 45" ê= 102º 40" û = ?

b) m = 112 º 22 " ô= 48º î = ?

c) p = 137 º 14' q = 68º 27' h = ?

Continuamos con la lectura del apunte

4. Teorema de Pitágoras

Los triángulos pueden ser obtusángulos, acutángulos y rectángulos. Trabajaremos sobre estos últimos, pues presentan propiedades que resultan útiles para resolver situaciones en las que se conocen las longitudes de dos de los lados y se quiere conocer la longitud del tercero, el perímetro del triángulo o la superficie.

¿Cuál es el largo necesario de la escalera para alcanzar el techo que está a una altura de 3 m, si apoyamos la escalera está a 4 m de la pared?

Podemos observar que entre la distancia de la escalera a la pared, la pared y la escalera misma se forma un triángulo rectángulo (el piso y la pared forman el ángulo recto).

Recordemos que: el triángulo es rectángulo porque tiene un ángulo recto, es decir, un ángulo de 90 grados y que la hipotenusa es el lado opuesto al ángulo recto.

El teorema de Pitágoras es uno de los resultados más conocidos de las matemáticas y también uno de los más antiguos. Un teorema es una demostración de alguna propiedad aplicable a todos los casos de esa especie, en este caso a TODOS los triángulos rectángulos para averiguar la longitud de alguno de sus lados.

VIDEO

Si les interesa la historia de este teorema y de su pensador, Pitágoras, los invito a ver:
"El teorema de Pitágoras. Historia y demostración"
https://www.youtube.com/watch?v=LcwCFxy_4KM

El teorema dice:

En todo triángulo rectángulo la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa.

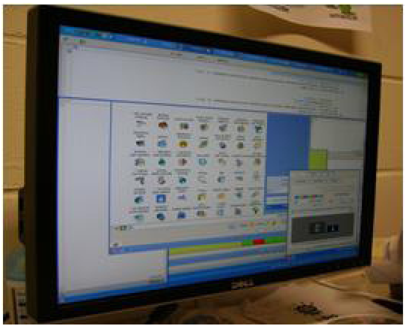
Planteamos nuestro problema como una ecuación:

$h^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow h^2 = 3^2 + 4^2$

$h^2 = 9 + 16 = 25$ despejando, tenemos que $h = \sqrt{25}$; $h = 5$

La altura de la escalera deberá ser, como mínimo de 5 m.

El tamaño de los televisores se indica según la longitud de la diagonal de su pantalla medida en pulgadas. Si un televisor tiene 16" (16 pulgadas) de ancho y 12 de alto, ¿cuántas pulgadas tiene su diagonal?

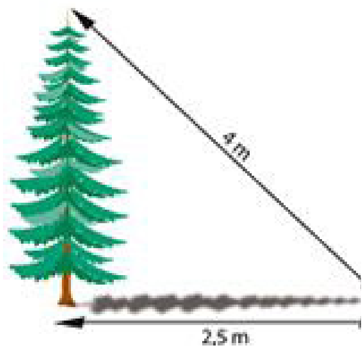


Planteamos la ecuación:

$d^2 = 16''^{\,2} + 12''^{\,2} = 256'' + 144'' = 400''$

$d = \sqrt{400} = 20''$

La diagonal del TV mide 20".



¿Qué ocurre si nos falta un cateto que tenemos que averiguar?

Procedemos de la misma manera ya que sabemos trabajar con ecuaciones. Por ej:

Un árbol proyecta una sombra de 2,5 metros de longitud. Si la distancia desde la parte más alta del árbol al extremo más alejado de la sombra es de 4 metros, ¿cuál es la altura del árbol?

Como vemos en la figura tenemos un triángulo rectángulo ya que la altura (cateto) y la sombra proyectada forman un ángulo recto.

Aplicamos el teorema de Pitágoras: $h^2 = a^2 + b^2$

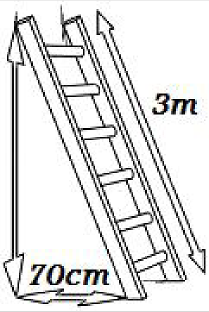
$4^2 = a^2 + 2{,}5''^{\,2} \Rightarrow 16 + a^2 + 6{,}25$

$$16 - 6{,}25 = a^2$$
$$9{,}75 = a^2$$
$$\sqrt{9{,}75} = a$$
$$3{,}12\text{m} \cong a$$

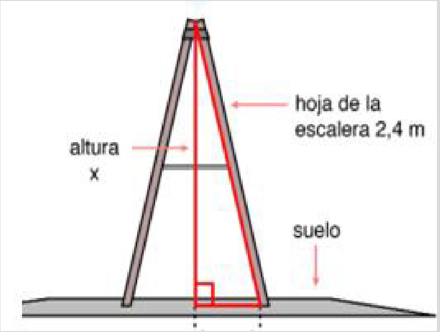
Por tanto, la altura del árbol es, aproximadamente, 3,12 metros.

ACTIVIDAD18 Obligatoria

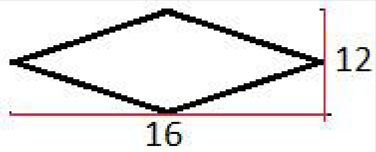
Hallar el valor de lo pedido:



• Calcular la altura que podemos alcanzar con una escalera de 3 metros apoyada sobre la pared si la parte inferior la situamos a 70 centímetros de ésta.



• Una escalera de dos hojas tiene una longitud de 2,4 metros. Cuando está abierta, la parte que apoya sobre el suelo se separa 1,2 metros. ¿A qué altura está la parte más alta de la escalera?



• Calcular el perímetro del siguiente rombo si sabemos que sus diagonales (alto y ancho) miden 16 y 12 cm respectivamente. (Recuerden que se cortan en el punto medio de ambas y perpendicularmente).

¿Quedó alguna duda? ¿Alguna actividad que no sé cómo resolverla?
Los espera el tutor en el Campus Virtual o en el encuentro presencial para acompañarlos y ayudarlos.

Bibliografía y Webgrafía

• Jesé, F. (1999) Matemática 7 E.G.B. Buenos Aires, Argentina. Nuevas Propuestas.
• Tapia, N y Bibiloni, A (1989) Aprendex. Matemática 7.Buenos Aires, Argentina. Estrada y cía.
• https://es.slideshare.net/Marcomiguel/matematica-9-ao-de-basica
• Tapia, C; Tapia, A; Vázquez, N. (1994). Matemática 2. Buenos Aires, Argentina. Estrada.
• Garaventa, L; Legorburu, N; Rodas, P. (2001) Carpeta de Matemática 7 EGB 3. Buenos Aires, Argentina. Colección Libros y +. Aique.
• Equipos Técnicos del Programa de Acciones Compensatorias en Educación del Ministerio de Educación. Matemática 3. Buenos Aires, Argentina. Ministerio de Educación de la Nación.
• Equipos Técnicos del Programa de Acciones Compensatorias en Educación del Ministerio de Educación. Matemática 4. Buenos Aires, Argentina. Ministerio de Educación de la Nación.
• Equipos Técnicos del Programa de Acciones Compensatorias en Educación del Ministerio de Educación. Matemática 6. Buenos Aires, Argentina. Ministerio de Educación de la Nación.
• Material elaborado en forma conjunta con los docentes y el Centro de Planificación, Evaluación e Investigación de Procesos Educativos en Red (CEPEIPER), dependiente de la Secretaría Académica de la UNRC en el marco del Proyecto de Ingreso, Orientaciones para el Diseño, Implementación y Evaluación de Proyectos para la integración a la Cultura Universitaria 2016-2019. UNRC- Secretaría Académica – CEPEIPER